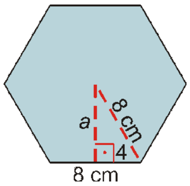
Tema 10, 11: Geometría plana

1. Halla la longitud de la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado.

Solución:

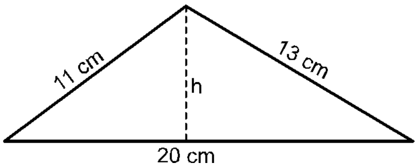


Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$8^2 = a^2 + 4^2 \rightarrow 64 = a^2 + 16 \rightarrow a^2 = 64 - 16$

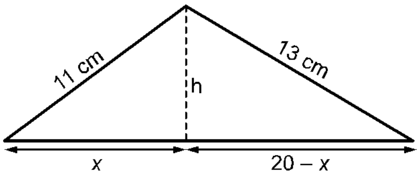
$a^2 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} \approx 6{,}93 \text{ cm}$

2. Calcula la altura h del triángulo aplicando el teorema de Pitágoras. Ten en cuenta que la altura no cae en el punto medio de la base puesto que no es isósceles.



Solución:

Calculamos la altura h:



Aplicamos el teorema de Pitágoras a los dos triángulos rectángulos que se forman:

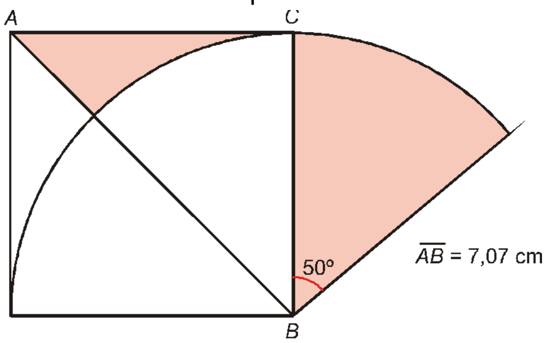
$$\left.\begin{array}{l} 11^2 = x^2 + h^2 \\ 13^2 = (20-x)^2 + h^2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 121 = x^2 + h^2 \\ 169 = 400 - 40x + x^2 + h^2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} h^2 = 121 - x^2 \\ h^2 = -231 + 40x - x^2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 121 - x^2 = -231 + 40x - x^2 \quad \rightarrow \quad 352 = 40x \quad \rightarrow \quad x = \frac{352}{40} = 8{,}8 \text{ cm}$$

Luego:

$$h^2 = 121 - 8{,}8^2 \quad \rightarrow \quad h^2 = 43{,}56 \quad \rightarrow \quad h = \sqrt{43{,}56} = 6{,}6 \text{ cm}$$

3. Calcula el área de la parte coloreada:



Solución:

– Hallamos el lado del cuadrado, *x*:

$$x^2 + x^2 = 7{,}07^2 \rightarrow 2x^2 = 7{,}07^2 \rightarrow x^2 = \frac{7{,}07^2}{2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{7{,}07^2}{2}} \approx 5 \text{ cm}$$

– Área del triángulo *ABC*:

$$A_1 = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$$

– Área del sector circular no coloreado:

$$A_2 = \frac{\pi r^2 \alpha}{360°} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 45°}{360°} \approx 9{,}82 \text{ cm}^2$$

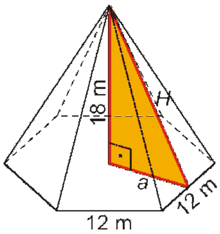
– Área del sector circular coloreado:

$$A_3 = \frac{\pi r^2 \alpha}{360°} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 50°}{360°} \approx 10{,}91 \text{ cm}^2$$

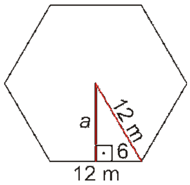
– Área total = $A_1 - A_2 + A_3$ = 12,5 − 9,82 + 10,91 = 13,59 cm^2

4. Halla el área total de una pirámide de 18 m de altura cuya base es un hexágono regular de 12 m de lado.

Solución:



– Hallamos la apotema de la base:



$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} \approx 10{,}39 \text{ m}$

– Área de la base $= \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{72 \cdot 10{,}39}{2} = 374{,}04 \text{ m}^2 = A_1$

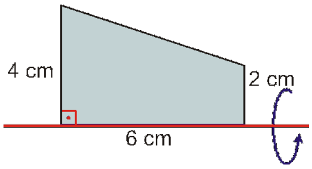
– Hallamos la altura de una de las caras laterales:

$H = \sqrt{18^2 + a^2} = \sqrt{324 + 108} = \sqrt{432} \approx 20{,}78 \text{ m}$

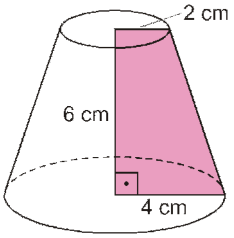
– Área de una cara lateral $= \dfrac{b \cdot H}{2} = \dfrac{12 \cdot 20{,}78}{2} = 124{,}68 \text{ m}^2 = A_2$

– Área total = $A_1 + 6 \cdot A_2$ = 374,04 + 6 · 124,68 = 374,04 + 748,08 = 1 122,12 m^2

5. Halla razonadamente el volumen total del tronco de cono que se obtiene al hacer girar este trapecio alrededor del eje indicado:

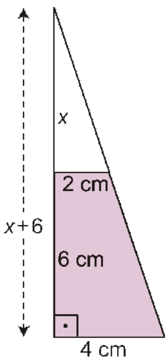


Solución:



– Volumen del tronco de cono = $V_{\text{CONO GRANDE}} - V_{\text{CONO PEQUEÑO}}$

– Hallamos la altura de cada uno de los conos, utilizando la semejanza de triángulos:



$$\frac{x+6}{4} = \frac{x}{2} \rightarrow 2(x+6) = 4x \rightarrow 2x + 12 = 4x$$

$$12 = 4x - 2x \rightarrow 12 = 2x \rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

La altura del cono grande es de 12 cm y la del pequeño, de 6 cm.

– Por tanto:

$$V_{\text{TRONCO DE CONO}} = V_{\text{CONO GRANDE}} - V_{\text{CONO PEQUEÑO}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 12 - \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 6 =$$
$$= 64\pi - 8\pi = 56\pi \approx 175{,}84 \text{ cm}^3$$